ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Ф.И.О.	**Доценко Егор Иванович**		
Форма обучения; Дата поступления	Очная; октябрь 2019; 3-й год обучения		
Тема научно-квалификационной работы (диссертации)	«Некоторые аспекты теории представлений и задач о вычислении монодромии»		
Направленность (профиль)	Теоретическая физика		
Научный руководитель	Ольшанецкий Михаил Аронович, доктор физико-математических наук		
Апробация НКР (публикации; РИД)	Всего – 2, в том числе: - статьи всего – 1: WoS – 1, SCOPUS – 1; - тезисы докладов: 1; - РИД:		
Кандидатские экзамены	Английский язык	История и философия науки	Специальная дисциплина
	хорошо	хорошо	отлично

Задачи, в которыех я пытаюсь продвинуться исходят из теории интегрируемых систем. Конкретно, с одной стороны, это модели типа цепочки Тоды и системы Калоджеро-Мозера, с другой - варианты спиновых цепочек такие как XXX магнетик Гейзенберга и система Годена. Зачастую такие системы могут быть описаны в теорминах теории групп или алгебр Ли. Коммутирующие гамильтонианы в таком подходе есть операторы Лапласа на соответствующей группе.

Важное замечание состоит в том, что задачи, которые я рассматриваю не являются унитарными.

План

- Пример связи лестничных соотношений для функций Бесселя с супералгебрами
- Некоторые аспекты одной задачи о монодромии.

Публикация

'Письма в ЖЭТФ' 'Лестничные соотношения на функции Бесселя-Макдональда и $osp(1|2)$ цепочка Тоды'
http://jetpletters.ru/ps/2352/article$_3$4900.*shtml*

Лестничные соотношения

Задача на собственные значения цепочки Тоды имеет вид

$$\left(\partial_\phi^2 - e^{2\phi}\right) K_\alpha(e^\phi) = \alpha^2 K_\alpha(e^\phi), \tag{1}$$

где параметр α мнимый, с асимптотиками

$$K_\alpha(e^\phi) \sim e^{-e^\phi}, \phi \to +\infty, \tag{2a}$$

$$K_\alpha(e^\phi) \sim e^{\alpha\phi}, \phi \to -\infty, \tag{2b}$$

и имеет следующее интегральное представление

$$K_\alpha(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^\alpha \int_0^\infty dy\ y^{-\alpha-1} e^{-y-\frac{x^2}{4y}}, \tag{3}$$

Сам гамильтониан и интегральные представения для решений могут быть проинтерпретированы в терминах теории представлений алгебры 2×2 бесследовых матриц $\mathfrak{sl}(2)$.

Лестничные соотношения

Зная интерпретацию цепочки Тоды в терминах $\mathfrak{sl}(2)$ это можно обобщить на суперагебру $osp(1|2)$. Гамильтониан соответствующей системы будет матричным

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4}\partial_\phi^2 - \frac{1}{4}\partial_\phi - e^{2\phi} & \frac{1}{2}e^\phi \\ -\frac{1}{2}e^\phi & \frac{1}{4}\partial_\phi^2 - \frac{1}{4}\partial_\phi - e^{2\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_0(\lambda,\phi) \\ \psi_1(\lambda,\phi) \end{pmatrix} = \\ = \frac{2\lambda^2+\lambda}{2} \begin{pmatrix} \psi_0(\lambda,\phi) \\ \psi_1(\lambda,\phi) \end{pmatrix}. \tag{4}$$

С одной стороны гамильтониан можно диагонализовать и получить гамильтониан BC_1 открытой цепочки Тоды. Также отметим, что гамильтониан допускают следующее представление

$$H_{\mathfrak{osp}(1|2)} = \mathfrak{Q}^2. \tag{5}$$

Монодромия

Эта задача тесно связана с теорией эллиптических функций. В этом и состоит одно из основных наблюдений.

По каждой конечномерной алгебре Ли $\mathfrak{g}$ можно построить совместную регулярную систему дифференциальных уравнений на $\mathbb{C}^{rk(\mathfrak{g})}$. Система имеет вид

$$\nabla = d - \hbar \sum_{\alpha>0} \frac{c_\alpha + z_\alpha h_\alpha}{\alpha} d\alpha, \tag{6a}$$

$$\nabla \psi = 0, \tag{6b}$$

c_α- некоторые квадратичные выражения по элементам $\mathfrak{g}$.

Монодромия

Таким образом, чтобы определить задачу до конца надо указать пространство состояний, которое есть представление алгебры симметрий $\mathfrak{g}$. В качестве представлений я в общем случае рассматриваю такие, в которых нет основного состояния, то есть вакуума. И тем не менее несмотря на то, что многие предположения отброшены некоторая структура в этом есть. А именно эллиптические функции возникают как следы операторов монодромии по таким представлениям, в конечномерном случае такого не может возникнуть в принципе.

Результаты

- Показана связь между супералгебрами и тождествами на функции Бесселя
- Обнаружена связь между операторами монодромии и эллиптическими функциями

Спасибо за внимание!